Lösungen zu AB 10 KA

1. $\frac{5}{12}$km $>$ $0,416$ km $\qquad$ $1,05$ kg $=$ 1050 g

2. Berechne den Flächeninhalt der Figur.

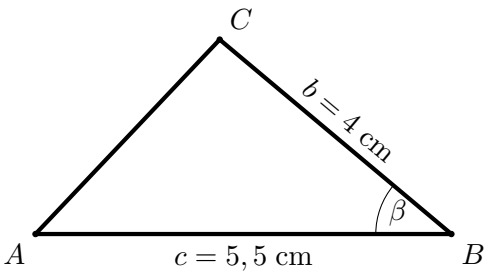
   (a) $A = \frac{a+c}{2} \cdot h$
   $A = \frac{5+3}{2} \cdot 2$
   $A = 8[\text{cm}^2]$

   (b) $A = a \cdot b + \frac{g \cdot h}{2}$
   $A = 6 \cdot 3 + \frac{6 \cdot (7{,}3-3}{2}$
   A=31,5[m^2]

3. (a) D3: $8 \cdot 0,39 = 3,12$ $\quad$ C4: $5,4 : 4 = 1,.35$

   (b) In B5, D5 und D7 ändern sich die Werte.

4.



5. (a) $a(x) = \frac{1}{2}x + 2 = 0,5x + 2$
   $b(x) = -2x + 1$
   $c(x) = \frac{1}{2}x - 3,5 = 0,5x - 3,5$
   $d(x) = \frac{4}{3}x - 1$
   $e(x) = -\frac{3}{4}x + 4$

   (b) $a \parallel c$, weil a und c die gleiche Steigung $m = \frac{1}{2} = 0,5$ haben.

   (c) $a \perp b$; $c \perp b$; $d \perp e$
   Zwei Geraden sind senkrecht zueinander, wenn das Produkt ihrer Steigungen -1 ist.

   (d) $\tan\alpha = \frac{1}{2} \,|\, \tan^{-1}$
   $\alpha \approx \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) \approx 27°$ $\qquad$ $m = \frac{1}{2} = 0,50 = 50\%$

   (e)
   $$\begin{aligned} a(x) &= 0 \\ 0,5x + 2 &= 0 \quad | -2 \\ 0,5x &= -2 \quad | 0,5 \\ x &= -4 \end{aligned}$$
   Die Nullstelle ist -4

   (f)
   $$\begin{aligned} a(x) &= f(x) \\ 0,5x + 2 &= -x + 0,5 \quad | +x \\ 1,5x + 2 &= 0,5 \quad | -2 \\ 1,5x &= -1,5 \quad | : 1,5 \\ x &= -1 \end{aligned}$$
   $a(-1) = 0,5 \cdot (-1) + 2 = 1,5$
   Schnittpunkt $S(-1/1,5)$

   (g) $a(7) = 0,5 \cdot 7 + 2 = 5,5 \neq 6$, also liegt A nicht auf a.

6. (a) i. Schnittpunkt von c und d

$$\begin{array}{lrrcll} I. & -4x & +3y & = & -3 & \\ II. & x & -2y & = & 7 & \mid \cdot 4 \quad + \end{array}$$

$$\begin{array}{lrrcll} I. & -4x & +3y & = & -3 & \\ & & -5y & = & 25 & \mid : (-5) \\ & & y & = & -5 & \\ & -4x & +3 \cdot (-5) & = & -3 & \mid +15 \\ & -4x & & = & 12 & \mid : (-4 \\ & x & & = & -3 & \end{array}$$

$L = \{(-3/-5)\}$

ii. a und c schneiden sich nicht (parallel).

$$\begin{array}{lrrcll} I. & -2x & +4y & = & 8 & \\ II. & x & -2y & = & 7 & \mid \cdot 2 \quad + \end{array}$$

$$\begin{array}{lrrcll} I. & -2x & +4y & = & 8 & \\ & & 0 & = & 22 & ↯ \end{array}$$

$L = \{\}$

iii. Schnittpunkt von a und e.

$$\begin{array}{lrrcll} I. & x & -2y & = & -4 & \mid \cdot (-3) \\ II. & 3x & +4y & = & 16 & + \end{array}$$

$$\begin{array}{lrrcll} I. & x & -2y & = & -4 & \\ & & 10y & = & 28 & \mid : 10 \\ & & y & = & 2,8 & \\ & x & -2 \cdot (2,8) & = & -4 & \mid +5,6 \\ & x & & = & 1,6 & \end{array}$$

$L = \{(1,6/2,8)\}$

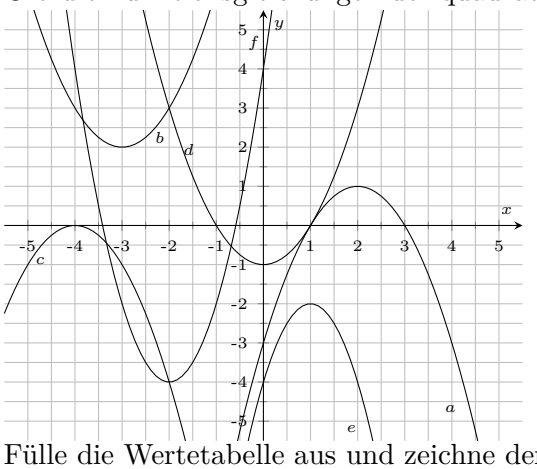
iv. Schnittpunkt von d und e.

$$\begin{array}{lrrcll} I. & 3x & +4y & = & 16 & \mid \cdot 4 \\ II. & -4x & +3y & = & -3 & \mid \cdot 3 \quad + \end{array}$$

$$\begin{array}{lrrcll} I. & 3x & +4y & = & 16 & \\ & & 25y & = & 55 & \mid : 25 \\ & & y & = & 2,2 & \\ & 3x & +4 \cdot (2,2) & = & 16 & \mid -8,8 \\ & 3x & & = & 7,2 & \mid : 3 \\ & x & & = & 2,4 & \end{array}$$

$L = \{(2,4/2,2\}$

7. (a) Gib die Funktionsgleichungen der quadratischen Funktionen an!



$a(x) = -1 \cdot (x-2)^2 + 1$
$b(x) = 1 \cdot (x+3)^2 + 2$
$c(x) = -1 \cdot (x+4)^2 + 0 = -1 \cdot (x+4)^2$
$d(x) = 1 \cdot (x-o)^2 - 1 = x12 - 1$
$e(x) = -2 \cdot (x-1)^2 - 2$

Fülle die Wertetabelle aus und zeichne den Graph von f.

x	-4	-3	-2	-1	0
$f(x) = 2x^2 + 8x + 4$	4	-2	-4	-2	4

(b) $a(x)$ hat 2 Nullstellen, $x_1 = 1 \ \wedge \ x_2 = 3$
$b(x)$ hat keine Nullstellen
$b(x)$ hat 1 Nullstelle, $x = \text{-}4$
$d(x)$ hat 2 Nullstellen, $x_1 = 1 \ \wedge \ x_2 = \text{-}1$ $e(x)$ hat keine Nullstellen

(c)
$$\begin{aligned}
a(x) &= 0 \\
\text{-}(x-2)^2+1 &= 0 && |-1 \\
\text{-}(x-2)^2 &= \text{-}1 && |\cdot(\text{-}1) \\
(x-2)^2 &= 1 && |\sqrt{} \\
x-2 &= \pm 1 && |+2 \\
x = 1 \ &\vee \ x = 3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b(x) &= 0 \\
(x+3)^2+2 &= 0 && |-2 \\
(x+3)^2 &= \text{-}2 && |\sqrt{} \\
x+3 &= \pm\sqrt{\text{-}2} && ↯
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c(x) &= 0 \\
\text{-}(x+4)^2 &= 0 && |\cdot(\text{-}1) \\
(x+4)^2 &= 0 && |\sqrt{} \\
x+4 &= 0 && |-4 \\
x &= \text{-}4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d(x) &= 0 \\
x^2-1 &= 0 && |+1 \\
x^2 &= 1 && |\sqrt{} \\
x = 1 \ &\vee \ x = \text{-}1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
e(x) &= 0 \\
\text{-}2\cdot(x-1)^2-2 &= 0 && |+2 \\
\text{-}2\cdot(x-1)^2 &= 2 && |:(\text{-}2) \\
(x-1)^2 &= \text{-}1 && |\sqrt{} \\
x-1 &= \pm\sqrt{\text{-}1} && ↯
\end{aligned}$$

(d)
$$\begin{aligned}
c(x) &= f(x) \\
\text{-}(x+4)^2 &= 2x^2+8x+4 \\
\text{-}(x^2+8x+16) &= 2x^2+8x+4 \\
\text{-}x^2-8x-16 &= 2x^2+8x+4 && |+x^2+8x+1 \\
0 &= 3x^2+16x+20 && |:3 \\
0 &= x^2+\tfrac{16}{3}x+\tfrac{20}{3} && |pq \\
x_{1/2} &= \text{-}\sqrt{\left(\tfrac{8}{3}\right)^2-\tfrac{20}{3}} \\
x_1 = \text{-}2 \ &\wedge \ x_2 = \text{-}3\tfrac{1}{3}
\end{aligned}$$

$c(\text{-}2) = \text{-}(\text{-}2+4)^2 = \text{-}4 \quad S_1(\text{-}2/\text{-}4)$

$c\left(\text{-}3\tfrac{1}{3}\right) = \text{-}\left(\text{-}3\tfrac{1}{3}+4\right)^2 = \text{-}\tfrac{4}{9} \quad \Rightarrow S_2\left(\text{-}3\tfrac{1}{3}/\text{-}\tfrac{4}{9}\right)$

$$\begin{aligned}
b(x) &= d(x) \\
(x+3)^2+2 &= x^2-1 && |T \\
x^2+6x+9+2 &= x^2-1 && |T \\
x^2+6x+11 &= x^2-1 && |-x^2 \\
6x+11 &= \text{-}1 && |-11 \\
6x &= \text{-}12 && |:6 \\
x &= \text{-}2
\end{aligned}$$

$d(2) = (\text{-}2)^2-1 = 3 \quad \Rightarrow \quad S(\text{-}2/3)$

(e) $a(5) = \text{-}1\cdot(5-2)^2+1 = \text{-}8 \neq \text{-}6 \ \Rightarrow A(5/\text{-}6)$ liegt nicht auf der Parabel a.

8. (a) 6790 ist die Anzahl der Personen, die am 21.03.2020 mit dem Corona-Virus infiziert waren.
Der Wachstumsfaktor $1,091 = 100\% + 9,1\%$ bedeutet, dass die Anzahl der Infizierten täglich um 9,1% ansteigt.
Mit $f(x)$ kann man die Anzahl der Infiziierten nach x Tagen berechnen.

(b) $f(3) = 6790 \cdot 1,091^3 \approx 8817$

$f(4) = 6790 \cdot 1,091^3 \approx 9620$

(c) $1,091^8 \approx 2,007 \Rightarrow$ Verdopplung in 8 Tagen

(d)
$$\begin{aligned} f(x) &= 18.000.000 \\ 6790 \cdot 1,091^x &= 18.000.000 && | : 6790 \\ 1,091^x &= \tfrac{18.000.000}{6790} && | \log \\ x &= \log_{1,091}(\tfrac{18.000.000}{6790} \\ x &\approx 91 \end{aligned}$$

9. Ebene Figuren und geometrische Körper

(a) i. Es ist ein rechtwinkliges Dreieck.

ii. $\tan\alpha = \frac{2}{4} \,|\, \tan^{-}$
$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{2}{4}\right) \approx 27°$

iii.
$$\begin{aligned} \cos\alpha &= \tfrac{c}{b} \\ \cos 27° &= \tfrac{4}{b} && | \cdot b \\ b \cdot \cos 27° &= 4 && | : \cos 27° \\ b &= \tfrac{4}{\cos 27°} \\ b &\approx 4,5[\text{cm}] \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} a^2 + c^2 &= b^2 \\ 2^2 + 4^2 &= b^2 && |\sqrt{} \\ \sqrt{2^2 + 4^2} &= b \\ 4,5[\text{cm}] &\approx b \end{aligned}$$

iv. $A = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{4 \cdot 2}{2} = 4[\text{cm}^2]$

v. I. $A = \frac{8 \cdot 4}{2} = 16[\text{cm}^2]$
$\times$, denn der Flächeninhalt vervierfacht sich.
II. $\times$, der Winkel bleibt gleich, denn das Verhältnis $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$ bleibt gleich.

(b) i. geg.: $h_k = 2,25$ m; $d = 1,25$ m; $r = \frac{d}{2} = \frac{1,25 \text{ m}}{2} = 0,625$ m
$V = G \cdot k$
$V = \pi \cdot r^2 \cdot h_k$
$V = \pi \cdot 0,625^2 \cot 2,24$
$V \approx 2,761[\text{m}^3]$
$2,761$ m^3=2761 dm^3=2761 m=$27,61$ hl

ii. $V = 905$ l $= 905$ dm
$$\begin{aligned} V_{Ku} &= \tfrac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \\ 905 &= \tfrac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 && | : (\tfrac{4}{3} \cdot \pi) \\ r^3 &= 905 : (\tfrac{4}{3} \cdot \pi) && |\sqrt[3]{} \\ r &= \sqrt[3]{905 : (\tfrac{4}{3} \cdot \pi)} && \approx 6,000[\text{dm}] \end{aligned}$$
$r_{Kugel} = 6$ dm $= 0,6$ m $< 0,625$ m $= r_{Zylinder}$
$\Rightarrow$ Die Kugel passt in den Zylinder.

iii. $\frac{905}{2761} \approx 0,33 = 33\%$
Die Kugel nimmt etwa 33% also etwa $\frac{1}{3}$ des Zylinders.

iv.
$$\begin{aligned} A &= \pi \cdot r^2 \\ 50,265 &= \pi \cdot r^2 && | : \pi \\ r^2 &= \tfrac{50,265}{\pi} && |\sqrt{} \\ r &= \sqrt{\tfrac{50,265}{\pi}} && \approx 4[\text{cm}] \end{aligned}$$

v.
$$\begin{aligned} A &= a^2 \\ 50,625 &= a^2 && |\sqrt{} \\ a &= \sqrt{50,625} && \approx 7,1[\text{cm}] \end{aligned}$$

